LINEARE ALGEBRA

ÜBUNGSBLATT 4

1. Man berechne die Inverse der Matrizen

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 4 & 2 \\ 2 & 3 & 1 \\ 3 & 0 & -1 \end{pmatrix}, \ B = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \end{pmatrix}, \ C = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 3 & 4 \\ 1 & 0 & 0 & 4 \end{pmatrix}$$

$$D = \begin{pmatrix} a & b & c & d \\ -b & a & d & -c \\ -c & -d & a & b \\ -d & c & -b & a \end{pmatrix} \text{ wobei } a, b, c, d \in \mathbb{R}, a^2 + b^2 + c^2 + d^2 \neq 0$$

mit der Hilfe der Umformungen.

2. Man löse in $\mathbb{R}$ die folgende Gleichungssysteme mit der Hilfe des Gauß-Algorithmus:

$$\text{a) } \begin{cases} x + y - z = 2 \\ 3x + 2y - 2z = 6 \\ -x + y + z = 0 \end{cases}$$

$$\text{b) } \begin{cases} x + y + z = 0 \\ x + 4y + 10z = 3 \\ 2x + 3y + 5z = 1 \end{cases}$$

$$\text{c) } \begin{cases} x + 2y - z + t = -2 \\ 2x - 2y + z - t = 1 \\ 2x - 14y + 7z - 7t = 11 \\ 4x - 10y + 5z - 5t = 7 \end{cases}$$

3. Man löse in $\mathbb{R}$ die folgende Gleichungssysteme mit der Hilfe des Gauß-Algorithmus:

$$\text{a) } \begin{cases} ax + y + z = 1 \\ x + ay + z = a \\ x + y + az = a^2 \end{cases}$$

$$\text{b) } \begin{cases} ax + y - z = 4 \\ x + by + z = 3 \\ x + 2by + z = 4 \end{cases}$$

Diskution nach die Parametern $a, b \in \mathbb{R}$.

4. Man schreibe ein Computerprogramm (in Pascal oder C) der ein linearer Gleichungssystem löst, mit der Hilfe der Gauß-Algorithmus. Dafür braucht man zwei Probleme zu lösen:

1. ein Verfahren das eine gegebene Matrix in der reduzierten Zeilenstufenform transformiert.
2. ein Verfahren das einen System mit der verlängerten Matrix in der reduzierten Zeilenstufenform löst.

5. Man berechne die Determinante (Vadermonde):

$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & \cdots & 1 \\ x_1 & x_2 & \cdots & x_n \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ x_1^{n-1} & x_2^{n-1} & \cdots & x_n^{n-1} \end{vmatrix}$$

wobei $n \leq 1$ und $x_1, x_2, \ldots, x_n \in \mathbb{R}$.

6. Seien $A, B \in \mathcal{M}_{n\times n}(\mathbb{R})$. Man zeige, dass

$$\det \begin{pmatrix} A & -B \\ B & A \end{pmatrix} = \left|\det(A + iB)\right|,$$

wobei $i^2 = -1$.

"Babeş-Bolyai" Universität, Fakultät für Mathematik und Informatik, RO-400084, Cluj-Napoca, Rumänien

E-mail address, George Ciprian Modoi: `cmodoi@math.ubbcluj.ro`